

**Estudios matemáticos**  
**Nivel medio**  
**Prueba 2**

Jueves 3 de mayo de 2018 (mañana)

1 hora 30 minutos

---

**Instrucciones para los alumnos**

- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Para esta prueba, se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de estudios matemáticos NM**.
- Conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán darse como valores exactos o con una aproximación de tres cifras significativas.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[90 puntos]**.

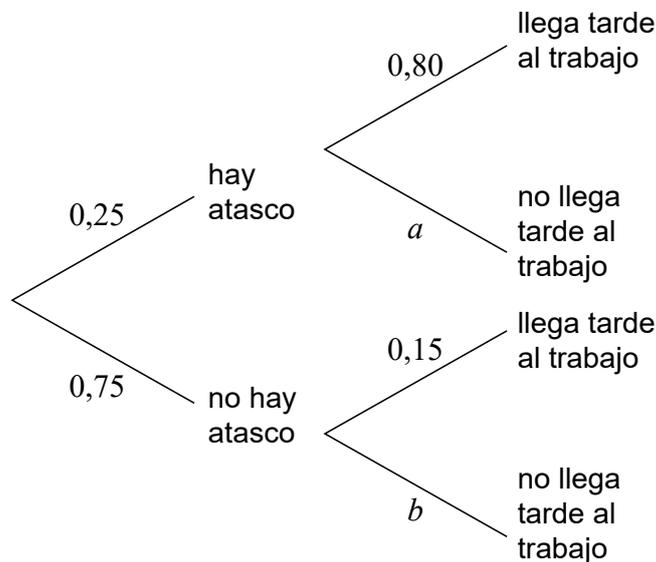
Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta. Se recomienda que muestre todos los cálculos, siempre que sea posible. Cuando la respuesta sea incorrecta se otorgarán algunos puntos siempre que aparezca el método empleado y éste sea correcto. Para los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el proceso seguido hasta su obtención. Por ejemplo, cuando deba utilizar un gráfico de una calculadora de pantalla gráfica para hallar soluciones, deberá dibujar esas gráficas en su respuesta.

1. [Puntuación máxima: 16]

En una empresa se sabe que el 25 % de los empleados se encuentran con algún atasco de camino al trabajo. De entre aquellos que se encuentran con algún atasco, la probabilidad de que lleguen tarde al trabajo es del 80 %.

De entre aquellos que no se encuentran ningún atasco, la probabilidad de que lleguen tarde al trabajo es del 15 %.

El siguiente diagrama de árbol ilustra toda esta información.



(a) Escriba el valor de

(i)  $a$ ;

(ii)  $b$ .

[2]

(b) Utilice el diagrama de árbol para hallar la probabilidad de que un empleado

(i) se haya encontrado con un atasco y haya llegado tarde a trabajar;

(ii) haya llegado tarde a trabajar;

(iii) se haya encontrado con un atasco, sabiendo que llegó tarde a trabajar.

[8]

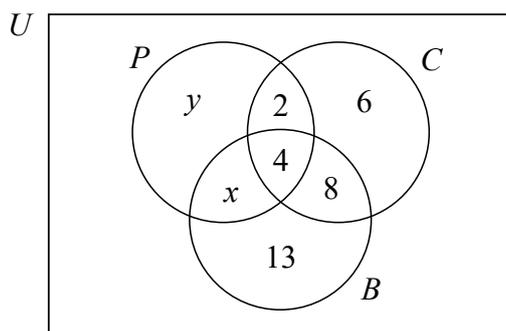
**(Esta pregunta continúa en la página siguiente)**

**(Pregunta 1: continuación)**

La empresa decide analizar los diferentes medios de transporte que han utilizado sus trabajadores en el último año para ir a trabajar. Vieron que los tres medios de transporte que más se utilizaron para ir a trabajar fueron el transporte público ( $P$ ), el coche ( $C$ ) y la bicicleta ( $B$ ).

La empresa sabe que, en el último año, hubo 20 trabajadores que fueron en coche a trabajar, 28 que fueron en bicicleta y 19 que utilizaron el transporte público.

Algunos de estos datos se muestran en el siguiente diagrama de Venn.



(c) Halle el valor de

(i)  $x$ ;

(ii)  $y$ .

[2]

En la empresa hay 54 trabajadores.

(d) Halle cuántos trabajadores, en el último año, no fueron a trabajar ni en coche, ni en bicicleta ni en transporte público.

[2]

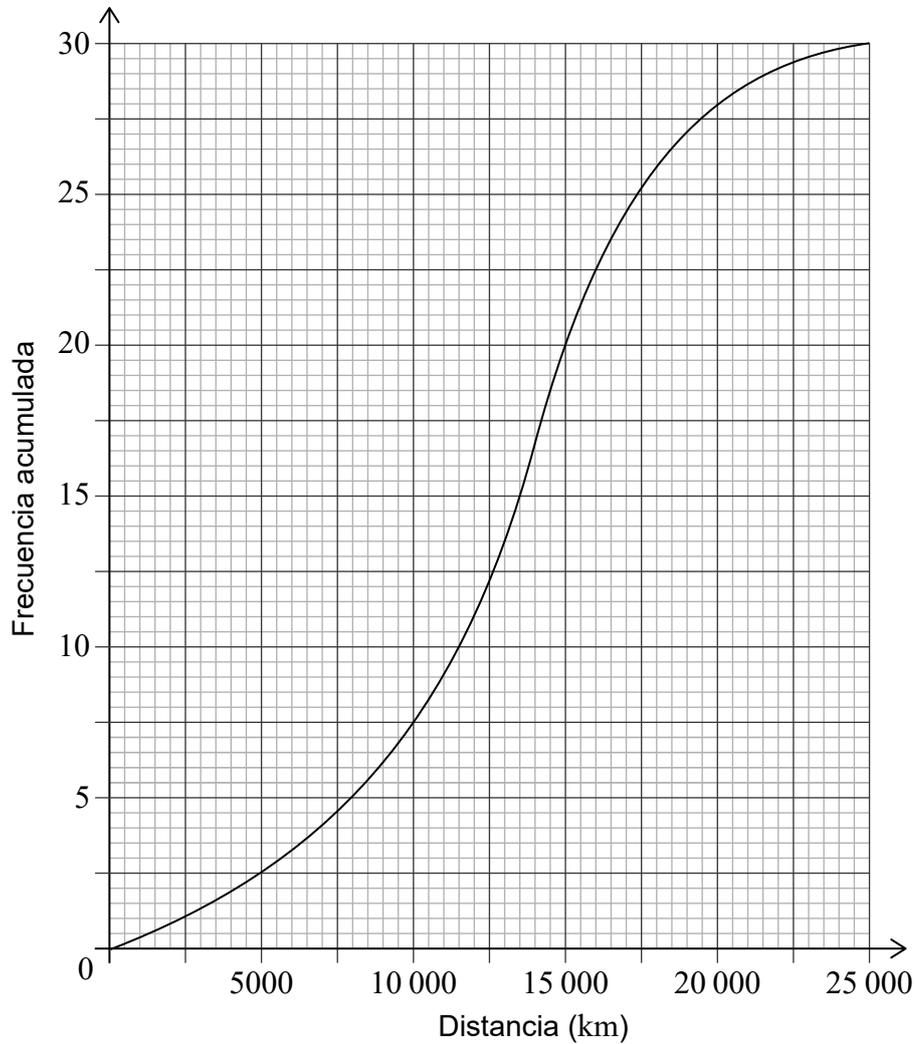
(e) Halle  $n((C \cup B) \cap P')$ .

[2]

Véase al dorso

2. [Puntuación máxima: 15]

Una empresa de transportes posee 30 autobuses. Se va anotando la distancia que lleva recorrida cada autobús desde que lo compró la empresa. A continuación se muestra la curva de frecuencias acumuladas correspondiente a estos datos.



(a) Halle cuántos autobuses han recorrido una distancia comprendida entre 15 000 y 20 000 kilómetros.

[2]

(b) Utilice la curva de frecuencias acumuladas para hallar

(i) la mediana de las distancias;

(ii) el primer cuartil;

(iii) el tercer cuartil.

[4]

**(Esta pregunta continúa en la página siguiente)**

**(Pregunta 2: continuación)**

(c) A partir de lo anterior, escriba el rango intercuartil. [1]

(d) Escriba el porcentaje de autobuses que han recorrido una distancia mayor que el tercer cuartil. [1]

(e) Halle cuántos autobuses han recorrido una distancia menor o igual a 12 000 km. [1]

Se sabe que hay 8 autobuses que han recorrido más de  $m$  kilómetros.

(f) Halle el valor de  $m$ . [2]

La menor distancia recorrida por uno de estos autobuses fue de 2500 km.

La mayor distancia recorrida por uno de estos autobuses fue de 23 000 km.

(g) **En un papel milimetrado**, dibuje con precisión un diagrama de caja y bigotes que represente estos datos. Utilice la siguiente escala: cada 2 cm han de representar 5000 km. [4]

3. [Puntuación máxima: 14]

El peso,  $W$ , de los jugadores de baloncesto que participan en un torneo sigue una distribución normal de media 65 kg y una desviación típica de 5 kg.

- (a) (i) Halle la probabilidad de que un jugador de baloncesto participante pese menos de 61 kg.

A una sesión de entrenamiento acuden 40 jugadores de baloncesto.

- (ii) Halle el número esperado de jugadores que hay en esta sesión de entrenamiento con un peso inferior a 61 kg. [4]

- (b) La probabilidad de que un jugador de baloncesto tenga un peso que esté a menos de 1,5 desviaciones típicas de la media es igual a  $q$ .

- (i) Dibuje aproximadamente la curva de una distribución normal para representar esta probabilidad.

- (ii) Halle el valor de  $q$ . [3]

- (c) Sabiendo que  $P(W > k) = 0,225$ , halle el valor de  $k$ . [2]

Una entrenadora de baloncesto estuvo observando a 60 de sus jugadores para determinar si su rendimiento y su peso eran variables independientes la una de la otra. Fue anotando sus observaciones, tal y como se muestra en la siguiente tabla.

		Rendimiento	
		Satisfactorio	Excelente
Peso	Por debajo de la media	6	10
	Promedio	7	15
	Por encima de la media	12	10

Ella decide realizar una prueba de independencia de  $\chi^2$  a un nivel de significación del 5%.

- (d) Para esta prueba,  
 (i) indique la hipótesis nula; [1]

- (ii) halle el valor del parámetro  $p$ . [2]

- (e) Indique la conclusión de esta prueba. Justifique su respuesta. [2]

4. [Puntuación máxima: 16]

Ha abierto una cafetería nueva y, durante la primera semana, obtuvo unos beneficios de 60\$.

Los beneficios de la cafetería aumentan 10\$ cada semana.

(a) Halle los beneficios que obtendrá la cafetería en su 11<sup>a</sup> semana. [3]

(b) Calcule los beneficios **totales** que habrá obtenido la cafetería en las primeras 12 semanas. [3]

A la vez que abrió esta cafetería también abrió una casa de té nueva. En la primera semana, también obtuvo unos beneficios de 60\$.

Los beneficios de la casa de té aumentan un 10% cada semana.

(c) Halle los beneficios que obtendrá la casa de té en su 11<sup>a</sup> semana. [3]

(d) Calcule los beneficios **totales** que habrá obtenido la casa de té en las primeras 12 semanas. [3]

En la  $m$ -ésima semana, los beneficios **totales** de la casa de té superan a los beneficios **totales** de la cafetería por vez primera desde que ambas abrieron.

(e) Halle el valor de  $m$ . [4]

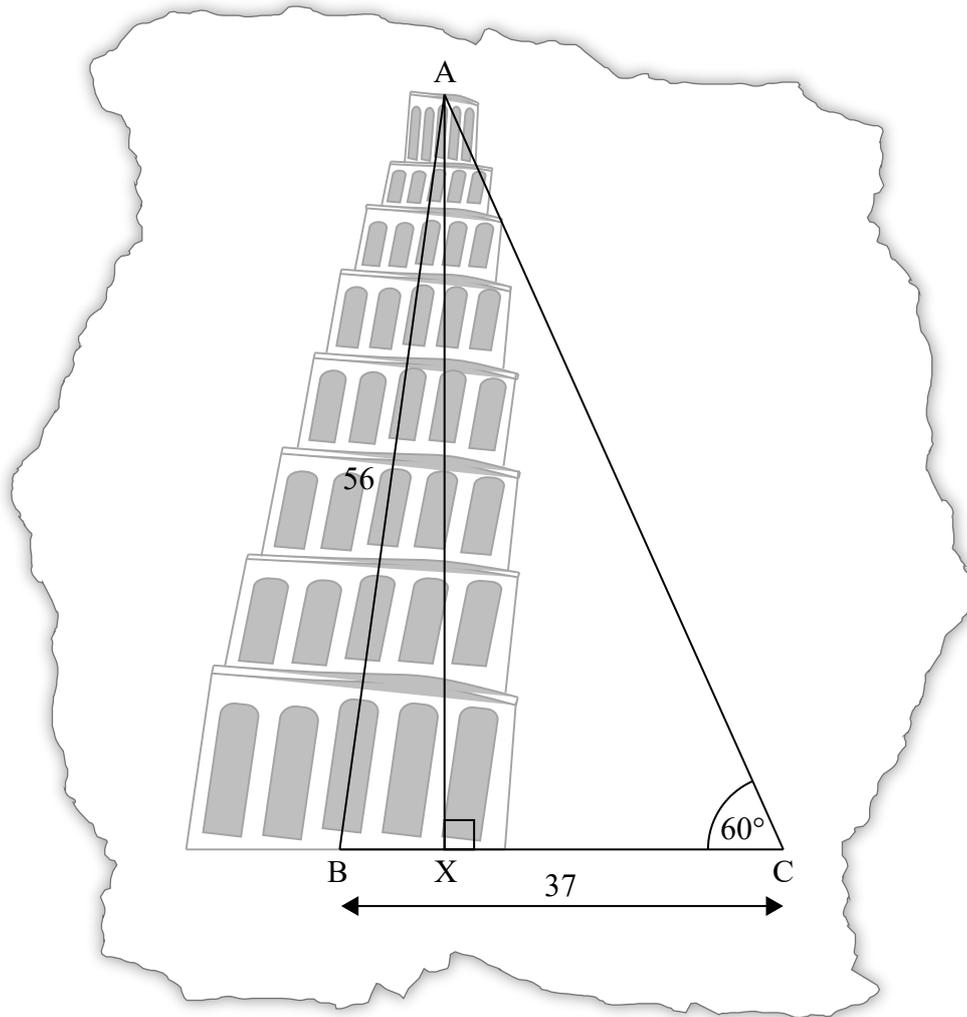
5. [Puntuación máxima: 14]

La torre de Pisa es muy famosa en todo el mundo porque está inclinada.

Giovanni va a ver la torre y quiere averiguar qué inclinación tiene. Para ello, dibuja una figura donde se incluya el triángulo no rectángulo ABC.

En la figura de Giovanni AB mide 56 m, BC mide 37 m, y el ángulo ACB son  $60^\circ$ . AX indica la altura del triángulo y es perpendicular a BC.

la figura no está dibujada a escala



(a) Utilice la figura de Giovanni para

(i) mostrar que el ángulo ABC —que es el ángulo que la torre, debido a su inclinación, forma con la horizontal— es igual a  $85^\circ$ , redondeado al grado más próximo;

(ii) calcule la longitud de AX;

(iii) halle la longitud de BX, que representa el desplazamiento horizontal de la torre. [9]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

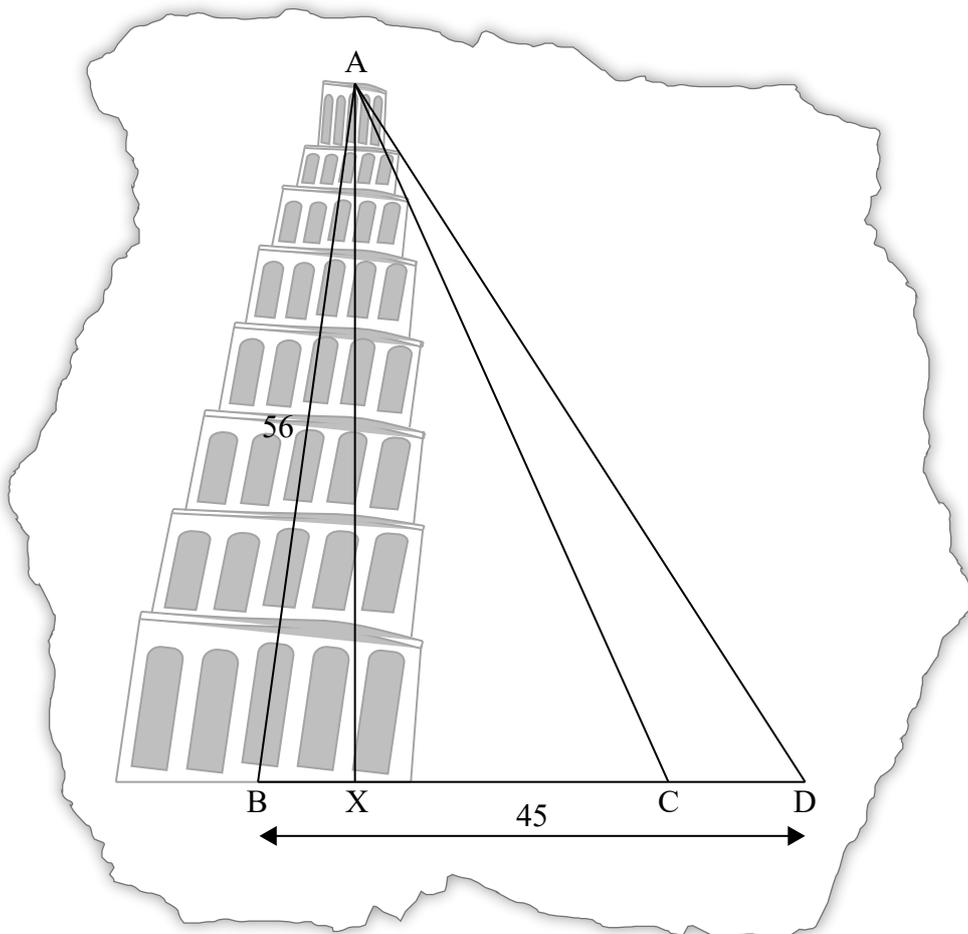
**(Pregunta 5: continuación)**

La guía turística que tiene Giovanni dice que el desplazamiento horizontal real de la torre, BX, son 3,9 metros.

(b) Halle el porcentaje de error de la figura de Giovanni. [2]

Giovanni añade un punto D a su figura, de modo tal que  $BD = 45 \text{ m}$ . Con ello se forma otro triángulo.

**la figura no está dibujada a escala**



(c) Halle el ángulo de elevación de A visto desde D. [3]

**Véase al dorso**

6. [Puntuación máxima: 15]

Considere la curva  $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 2$ , para  $-1 < x < 3$ .

(a) Dibuje aproximadamente la curva para  $-1 < x < 3$ ,  $-2 < y < 12$ . [4]

(b) Un profesor les pide a sus alumnos que realicen algunas observaciones sobre la curva.

Tres alumnos respondieron lo siguiente.

**Nadia** dijo “El punto de corte de la curva con el eje  $x$  está comprendido entre  $-1$  y cero”.

**Rick** dijo “La curva es decreciente para  $x < 1$ ”.

**Paula** dijo “La pendiente de la curva es menor que cero entre  $x = 1$  y  $x = 2$ ”.

Indique el nombre del alumno que ha realizado una observación **incorrecta**. [1]

(c) Halle el valor de  $y$  para  $x = 1$ . [2]

(d) Halle  $\frac{dy}{dx}$ . [3]

(e) Muestre que los puntos estacionarios de la curva están en  $x = 1$  y  $x = 2$ . [2]

(f) Sabiendo que  $2x^3 - 9x^2 + 12x + 2 = k$  tiene **tres** soluciones, halle los posibles valores de  $k$ . [3]